

MANUAL DO USUÁRIO

SIMPLEX

Prof. Erico Fagundes Anicet Lisboa, M. Sc.
erico@ericolisboa.eng.br

Versão digital disponível na internet
<http://www.ericolisboa.eng.br>



RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 2001

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	3
2. ENTRADA DE DADOS	4
2.1 Formulação do problema	4
2.2 Aspectos Matemáticos Singulares	4
2.2.1 Minimização de uma função	4
2.2.2 Restrições de limite inferior (\geq)	5
2.2.3 Restrições de igualdade	5
2.2.4 Variável irrestrita em sinal	5
2.3 Arquivo de dados	5
3. EXECUÇÃO DO PROGRAMA	6
4. RESULTADOS	7
4.1 Arquivo de resultados	7
5. EXEMPLOS	8

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

O programa Simplex utiliza o método de mesmo nome para a solução de problemas de programação linear. É um projeto puramente acadêmico, não sendo recomendado para problemas de grande porte.

O programa foi desenvolvido em linguagem C++ e está disponível para ser utilizado no ambiente DOS/WINDOWS.

Não nos responsabilizamos pelos resultados fornecidos pelo programa. No caso de se desejar utilizar o programa Simplex para fins comerciais, entre em contato conosco através do endereço postmaster@ericolisboa.eng.br.

CAPÍTULO 2

ENTRADA DE DADOS

2.1 *Formulação do problema*

O programa Simplex resolve problemas do tipo:

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{sujeito a:} & a_{ij} x_j \leq b_i \\ & x_j \geq 0 \\ & i = 1, \dots, m \\ & j = 1, \dots, n \\ \text{onde:} & m: \text{ número de restrições} \\ & n: \text{ número de variáveis} \end{array}$$

2.2 *Aspectos Matemáticos Singulares*

Na modelagem de um problema de programação linear, algumas situações específicas podem ocorrer, o que pode levar a casos em uma forma matemática diferente da requerida pelo programa. Entretanto, alguns artifícios matemáticos ajudam a reduzir o modelo obtido à forma padrão. Estes artifícios são mostrados a seguir.

2.2.1 Minimização de uma função

A minimização de uma função $z(\mathbf{x})$ é matematicamente análoga à maximização da negativa desta função ($-z(\mathbf{x})$).

Exemplo: minimizar $z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$

é equivalente a

$$\text{maximizar } z' = -c_1 x_1 - c_2 x_2 - \dots - c_n x_n$$

com $z' = -z$.

Essa é uma das formas de se resolver os problemas de minimização utilizando o mesmo algoritmo. Caso queira resolver diretamente, devemos alterar o critério de entrada das variáveis na base. A variável que entra na base passa a ser aquela que tem o maior valor *positivo* na linha z -transformada. Caso todas tenham coeficientes negativos ou nulos, a solução obtida é ótima.

2.2.2 Restrições de limite inferior (\geq)

Uma desigualdade em uma direção (\leq ou \geq) pode ser mudada para uma desigualdade na direção oposta, pela multiplicação de ambos os lados da desigualdade por (-1) .

Exemplo: $a_1 x_1 + a_2 x_2 \geq b$

é equivalente a

$$- a_1 x_1 - a_2 x_2 \leq -b$$

2.2.3 Restrições de igualdade

Uma equação pode ser substituída por duas desigualdades de direções opostas.

Exemplo: $a_1 x_1 + a_2 x_2 = b$

é equivalente a duas desigualdades simultâneas:

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \leq b$$

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 \geq b$$

2.2.4 Variável irrestrita em sinal

Uma variável irrestrita em sinal (ou seja, que pode ser positiva, nula ou negativa) pode ser substituída pela diferença de duas variáveis não negativas.

Exemplo: se a variável x_1 for irrestrita em sinal, pode ser substituída pela diferença $(x'_1 - x''_1)$

com

$$x'_1 \geq 0 \text{ e } x''_1 \geq 0.$$

2.3 Arquivo de dados

O arquivo de dados deve conter os seguintes dados:

Primeiro bloco - Dimensões (1 linha)

Número de variáveis (n)

Número de restrições (m)

Segundo bloco - Função objetivo (1 linha)

c_1, c_2, \dots, c_n

Terceiro bloco - Restrições (m linha)

$a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}, b_1$

$a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n}, b_2$

...

$a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn}, b_m$

CAPÍTULO 3

EXECUÇÃO DO PROGRAMA

A sintaxe de execução do programa SIMPLEX é:

```
simplex arquivo_entrada arquivo_saida
```

Suponha que o arquivo de dados a ser utilizado se chame `simplex.dat` e o arquivo que conterà os resultados se chamará `simplex.sai`. A linha de comando para executar o programa será:

```
simplex simplex.dat simplex.sai
```

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

O arquivo gerado contém os resultados da otimização.

4.1 Arquivo de resultados

O arquivo de resultado conterá os seguintes dados:

Primeiro bloco - Função objetivo (1 linha)

Valor da função objetivo

Segundo bloco - Variáveis (n linha)

x_1, x_2, \dots, x_n

CAPÍTULO 5

EXEMPLOS

A seguir são fornecidos alguns exemplos de arquivos contendo dados de entrada para o programa SIMPLEX.

Exemplo 1

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & z = 30 x_1 + 12 x_2 + 15 x_3 \\ \text{sujeito a:} & 9 x_1 + 3 x_2 + 5 x_3 \leq 500 \\ & 5 x_1 + 4 x_2 \leq 350 \\ & 3 x_1 + 2 x_3 \leq 150 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Arquivo de entrada:

```
3 3
30 12 15
9 3 5 500
5 4 0 350
3 0 2 150
```

Arquivo de resultados

```
1762.5
0
87.5
47.5
```

Interpretação dos resultados

$x_1 = 0$, $x_2 = 87.5$ e $x_3 = 47.5$, dando um valor máximo de $z = 1762.5$

Exemplo 2

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & z = 15 x_1 + 6 x_2 + 20 x_3 \\ \text{sujeito a:} & x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ & 20 x_1 + 12 x_2 + 8 x_3 \geq 8 \\ & 20 x_1 + 12 x_2 + 8 x_3 \leq 15 \\ & 5 x_1 + 2 x_2 + 15 x_3 \geq 7 \\ & 5 x_1 + 2 x_2 + 15 x_3 \leq 12 \\ & 2 x_1 + 10 x_2 + 8 x_3 \geq 6 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Problema transformado

$$\begin{aligned} \text{maximizar} \quad & (-z) = -15 x_1 - 6 x_2 - 20 x_3 \\ \text{sujeito a:} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \leq 1 \\ & -x_1 - x_2 - x_3 \leq -1 \\ & -20 x_1 - 12 x_2 - 8 x_3 \leq -8 \\ & 20 x_1 + 12 x_2 + 8 x_3 \leq 15 \\ & -5 x_1 - 2 x_2 - 15 x_3 \leq -7 \\ & 5 x_1 + 2 x_2 + 15 x_3 \leq 12 \\ & -2 x_1 - 10 x_2 - 8 x_3 \leq -6 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Arquivo de entrada:

```
3 7
-15 -6 -20
 1  1  1  1
-1 -1 -1 -1
-20 -12 -8 -8
 20  12  8  15
-5  -2 -15 -7
 5   2  15  12
-2 -10 -8 -6
```

Arquivo de resultados

```
-11.3846
0
0.615385
0.384615
```

Interpretação dos resultados

$x_1 = 0$, $x_2 = 0.615385$ e $x_3 = 0.384615$, dando um valor mínimo de $z = 11.3846$