ANEXO B

ESQUEMA ELEMENTO-A-ELEMENTO PARA A MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ

Para que a matriz de rigidez, **K**, e o vetor de carga, **p**, da Equação (4.12) sejam computados, é necessário um mapeamento dos nós de cada elemento considerado na discretização do domínio computacional com os graus de liberdade existentes no sistema de equações algébricas lineares. Para isso são utilizadas as três matrizes auxiliares descritas a seguir:

1) A matriz **ID**, que armazena os índices dos graus de liberdade associados a cada nó do domínio,

$$\mathbf{ID}_{i,\,j}, \qquad i = 1, \ldots, N_{no}, \qquad j = 1, \ldots, N_{gln}, \tag{B.1}$$

onde N_{no} é o número de nós existentes no domínio e N_{gln} é o número de graus de liberdade por nó. No problema considerado nesta tese, existe apenas um grau de liberdade por nó, que é a velocidade longitudinal do fluido (escoamento unidirecional).

2) A matriz **IEN**, que armazena os índices dos nós equivalentes a cada vértice do elemento,

$$\mathbf{IEN}_{i,\,j}, \qquad i = 1, \ldots, N_{el}, \qquad j = 1, \ldots, N_{noel}, \tag{B.2}$$

onde N_{el} é o número de elementos existentes no domínio e N_{noel} é o número de nós por elemento. Como os elementos considerados nesta tese são triangulares e de primeira ordem, existem apenas três nós por elemento.

3) A matriz **LM,** que armazena os índices dos graus de liberdade associados aos nós de cada elemento do domínio,

$$\mathbf{LM} = \mathbf{LM}_{i,\,j,\,k}\,, \quad i = 1, ..., N_{el}, \quad j = 1, ..., N_{gln}, \quad k = 1, ..., N_{noel}, \tag{B.3}$$

onde

$$\mathbf{LM}(i, j, k) = \mathbf{ID}(\mathbf{IEN}(i, k), j). \tag{B.3}$$

Nesta tese, como existe apenas um grau de liberdade por nó, a matriz **ID** se torna um vetor, de dimensão N_{no}, e a matriz **LM** tem dimensões N_{el} x N_{noel}, ou seja,

$$\mathbf{ID} = \mathbf{ID}_i, \qquad i = 1, ..., N_{no}, \tag{B.4}$$

$$\mathbf{IEN} = \mathbf{IEN}_{i,\,j}, \qquad i = 1, ..., N_{el}, \qquad j = 1, ..., N_{noel}, \tag{B.5}$$

$$\mathbf{LM} = \mathbf{LM}(i, j) = \mathbf{ID}(\mathbf{IEN}(i, j)),\ i = 1, ..., N_{el}, \quad j = 1, ..., N_{noel}. \tag{B.6}$$

Neste anexo, os elementos das matrizes e vetores analisados serão chamados de *células*, para que sejam diferenciados dos elementos da malha de elementos finitos, que serão tratados simplesmente de *elementos*.

No procedimento usual de montagem da matriz de rigidez do sistema e do vetor de carga, para cada elemento da malha, a matriz de rigidez (Equação 4.10) e o vetor de carga (Equação 4.11) elementares são construídos. Em seguida, cada uma das células da matriz é somada à célula da posição correspondente na matriz de rigidez global do sistema, cujas células são todas inicializadas como zero. Esta soma é efetuada fazendo-se com que a célula k_{ij}^{e}, da linha i e da coluna j da matriz correspondente ao elemento e, seja somada à célula $k_{i'j'}$ da matriz de rigidez do sistema, onde $i' = \mathbf{LM}(e, i)$ e $j' = \mathbf{LM}(e, j)$. A composição do vetor de carga do sistema se dá de forma semelhante.

Esta forma de armazenamento da matriz de rigidez global do sistema ocupa um espaço muito grande de memória computacional, visto que é necessário o armazenamento de N_{gl}^{2} valores. Com a utilização do método dos gradientes conjugados, não é necessário o armazenamento da matriz nesta forma, sendo necessário apenas conhecer o produto da matriz global do sistema por um vetor (Equações 4.33, 4.34, 4.36). Este produto pode ser efetuado a partir das matrizes de rigidez e vetores de carga elementares, da seguinte maneira:

1) deseja-se multiplicar a matriz **K** [N_{gl} x N_{gl}] pelo vetor **t**; o vetor resposta será armazenado em **f**;

2) as células do vetor **f** são inicializadas como zero;

3) para cada elemento e da malha é considerado cada vértice i;

4) o valor correspondente a $\sum_{j=1}^{N_{noel}} k_{ij}^{e} \, t_{\mathbf{LM}_{e,i}}$ é somado à célula **LM**(e, i) do vetor **f**;

5) o procedimento é repetido até que todos os elementos da malha tenham sido considerados.

O armazenamento da matriz da forma descrita permite que seja utilizado um espaço de memória proporcional a N_{gl}, e não a N_{gl}^2 como é necessário para se armazenar a matriz completa.