

UMA ABORDAGEM MULTI-ESCALA PARA
O CÁLCULO DA PERMEABILIDADE LONGITUDINAL
DE MEIOS POROSOS FIBROSOS RANDÔMICOS

Erico Fagundes Anicet Lisboa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA MECÂNICA.

Aprovada por:

Prof. Manuel Ernani de Carvalho Cruz, Ph.D.

Prof. Miguel Hiroo Hirata, Ph.D.

Prof. Gustavo Cesar Rachid Bodstein, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 2000

LISBOA, ERICO FAGUNDES ANICET

Uma Abordagem Multi-Escala para o
Cálculo da Permeabilidade Longitudinal de
Meios Porosos Fibrosos Randômicos [Rio
de Janeiro] 2000

XVIII, 132 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ,
M.Sc., Engenharia Mecânica, 2000)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Escoamento em Meios Porosos Fibrosos
2. Método da Homogeneização
3. Elementos Finitos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

A meus pais

A Cris

AGRADECIMENTOS

Ao professor Manuel Ernani de Carvalho Cruz que, além de orientador, mostrou-se também um excelente amigo.

Aos professores da UERJ e da COPPE pelo conhecimento adquirido; em particular a Ângela Ourívio Nieckele, por ter incentivado em mim o gosto pelo estudo de métodos numéricos e mecânica dos fluidos.

A todos os amigos do Laboratório de Transmissão e Tecnologia do Calor; em particular a Leandro Bastos Machado, Carlos Frederico Trotta Matt e Rodrigo Penha de Andrade Rocha pelo auxílio científico fornecido.

Aos amigos Aureo Pinheiro Ruffier e Fernando Chaves Dart pelo incentivo e apoio fornecidos ao longo do desenvolvimento dessa tese. Em particular a Aureo Pinheiro Ruffier pela revisão final da tese.

Ao amigo Pierre Novis Mendonça, pelas explicações sempre claras e objetivas fornecidas ao longo desta tese.

Aos amigos Lucio Guimarães Xavier, Carolina de Abreu Lisboa e Rodrigo Guterrez Berger que, com explicações imediatas, pouparam-me dias de pesquisa.

A meus pais, que tantas vezes tiveram que abrir mão de minha companhia, por me ensinarem o valor de se conquistar as coisas com esforço e dedicação.

A minha amiga Cristiane Madanêlo de Oliveira, que no decorrer desta tese se tornou também namorada e esposa. Obrigado por tudo, desde o abraço no momento de aprovação do ingresso no mestrado até o apoio, compreensão e carinho demonstrados em todas as horas, fossem elas de alegria ou de sofrimento.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

UMA ABORDAGEM MULTI-ESCALA PARA
O CÁLCULO DA PERMEABILIDADE LONGITUDINAL
DE MEIOS POROSOS FIBROSOS RANDÔMICOS

Erico Fagundes Anicet Lisboa

Dezembro / 2000

Orientador: Manuel Ernani de Carvalho Cruz, Ph.D.

Programa: Engenharia Mecânica

Esta tese tem como objetivo determinar a permeabilidade longitudinal de meios porosos fibrosos randômicos, considerando-se o escoamento longitudinal totalmente desenvolvido ao longo de fibras paralelas. O método da homogeneização é aplicado ao problema original de múltiplas escalas separando-o em três problemas: da macroescala, da mesoescala e da microescala. A permeabilidade longitudinal do meio é determinada através da solução do problema da mesoescala, modificado com o tratamento da microescala quando necessário. Este problema é resolvido através do método dos elementos finitos, cujo sistema de equações algébricas lineares é resolvido com a utilização do método dos gradientes conjugados. O programa computacional desenvolvido é validado através da comparação com resultados obtidos para meios com geometrias regulares, e é então utilizado para a geração de novos resultados para meios *randômicos*.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A MULTI-SCALE APPROACH FOR THE CALCULATION
OF THE LONGITUDINAL PERMEABILITY OF
RANDOM FIBROUS POROUS MEDIA

Erico Fagundes Anicet Lisboa

December / 2000

Advisor: Manuel Ernani de Carvalho Cruz, Ph.D.

Department: Mechanical Engineering

This thesis focus on the determination of the longitudinal permeability for laminar fully-developed flow through porous media containing parallel and randomly dispersed fibers. The homogenization method is applied to the multiscale original problem, which is then decoupled into the macro, meso and microscale problems. The longitudinal permeability of the porous media is determined by the solution of the mesoscale problem, modified by the microscale treatment when necessary. To solve this problem, the finite element method is applied and the resulting linear algebraic system of equations is solved by the conjugate gradient method. A computational program is developed and validated by comparing the numerical results for regular arrays of fibers to analytical results available in the literature; the program is then utilized to generate new results for the longitudinal permeability of *random* media.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Motivação	1
1.2. Descrição do Problema Físico e Objetivos	3
1.3. Revisão da Literatura	4
1.4. Metodologia	8
1.5. Organização da Tese	9
2. ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS	11
2.1. Meios Porosos	11
2.2. Fluidos	12
2.3. Lei de Darcy	13
3. FORMULAÇÃO CONTÍNUA DO PROBLEMA	17
3.1. Problema Original de Múltiplas Escalas	17
3.2. Homogeneização	20
3.3. Aplicação da Teoria da Homogeneização ao Problema Original	24
3.4. Macroescala	29
3.5. Mesoescala	30
3.5.1. Nível 1	30
3.5.2. Nível 2	37
3.5.3. Nível 3	37
3.5.4. Nível 4	37
3.6. Microescala	37
3.6.1. Geometria das regiões de estreito	38
3.6.2. Limite inferior	39
3.6.3. Limite superior	41

4. MÉTODOS NUMÉRICOS	43
4.1. Geração de Domínios	43
4.2. Geração de Malhas	44
4.3. Discretização por Elementos Finitos	57
4.4. Solução Iterativa pelo Método dos Gradientes Conjugados	60
4.4.1. Método da Máxima Descida	61
4.4.2. Gradientes Conjugados	64
5. RESULTADOS E ANÁLISE	67
5.1. Validação para Células Ordenadas	67
5.1.1. Happel	68
5.1.2. Sparrow & Loeffler	69
5.1.3. Drummond & Tahir	72
5.1.4. Análise dos Parâmetros Numéricos	73
5.1.4. Comparações entre os Métodos Apresentados	81
5.2. Meios Randômicos	87
5.2.1. Análise dos Parâmetros Numéricos	88
5.2.2. Resultados Obtidos	95
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES	112
6.1. Conclusões	112
6.2. Sugestões	114
ANEXO A. ARQUIVOS DE DADOS	115
A.1. Arquivo INFO.PRE	115
A.2. Arquivo INFO.REA	119
ANEXO B. ESQUEMA ELEMENTO-A-ELEMENTO PARA A MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ	122
VALORES NUMÉRICOS DE PERMEABILIDADE	125
BIBLIOGRAFIA	129

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - Exemplos de tipos de arranjos regulares. _____	7
Figura 2.1 - Esquema do experimento de filtragem de Darcy. _____	14
Figura 3.1 - Exemplo de um meio poroso fibroso. _____	17
Figura 3.2 - Geometria de uma célula periódica. _____	31
Figura 3.3 - Geometria das regiões de estreito para (a) limite inferior, (b) limite superior. _____	39
Figura 3.4 - Escoamentos para a demonstração da propriedade do limite inferior. ____	40
Figura 3.5 - Escoamentos para a demonstração da propriedade do limite superior. __	42
Figura 4.1 - Célula Voronoi com 5 lajotas, replicada nas duas direções. _____	45
Figura 4.2 - Distâncias $d_H(\mathbf{y}_f)$ para um ponto na fronteira reta e para um ponto na fronteira curva. _____	46
Figura 4.3 - Lajota com apenas uma região de estreito, de limite inferior. _____	48
Figura 4.4 - Lajota com mais de uma região de estreito, de limite inferior. _____	48
Figura 4.5 - Lajota contendo região de estreito, de limite superior. _____	49
Figura 4.6 - Malha em célula contendo 5 lajotas, sem eliminação de regiões de estreito, 1906 vértices, 2994 triângulos. _____	50
Figura 4.7 - Malha em célula contendo 5 lajotas, com eliminação de regiões de estreito através da união das fibras, 1478 vértices, 2371 triângulos. _____	51
Figura 4.8 - Malha em célula contendo 5 lajotas, com eliminação de regiões de estreito através do corte das fibras, 1668 vértices, 2655 triângulos. _____	51
Figura 4.9 - Malha em célula contendo 32 lajotas, sem eliminação de regiões de estreito, 11381 vértices, 18600 triângulos. _____	52
Figura 4.10 - Malha em célula contendo 32 lajotas, com eliminação de regiões de estreito através da união das fibras, 10574 vértices, 17437 triângulos. _____	53
Figura 4.11 - Malha em célula contendo 32 lajotas, com eliminação de regiões de estreito através do corte das fibras, 10952 vértices, 18001 triângulos. _____	54

Figura 4.12 - Malha em célula contendo 32 lajotas, com a necessária eliminação de regiões de estreito através da união das fibras, 10243 vértices, 15820 triângulos. _____	55
Figura 4.13 - Malha em célula contendo 32 lajotas, com a necessária eliminação de regiões de estreito através do corte das fibras, 11935 vértices, 18337 triângulos. _____	56
Figura 4.14 - Função de interpolação f_j . _____	58
Figura 4.15 - Esquema de domínio periódico discretizado: 32 elementos, 25 nós globais e 16 graus de liberdade. _____	58
Figura 4.16 - Campo de velocidades em uma célula periódica. _____	66
Figura 5.1 - Exemplos de tipos de arranjos. _____	67
Figura 5.2 - Modelo de Happel para o arranjo quadrado. _____	68
Figura 5.3 - Diagrama do arranjo quadrado. _____	71
Figura 5.4 - Diagrama do arranjo triangular. _____	71
Figura 5.5 - Células unitárias utilizadas para arranjos regulares. _____	74
Figura 5.6 - Malhas para as células dos arranjos quadrado e triangular, sem eliminação de regiões de estreito. _____	74
Figura 5.7 - Malhas para as células dos arranjos quadrado e triangular, com eliminação de regiões de estreito através da união das fibras. _____	74
Figura 5.8 - Malhas para as células dos arranjos quadrado e triangular, com eliminação de regiões de estreito através do corte das fibras. _____	75
Figura 5.9 - Erro absoluto de discretização em função do refino da malha para o arranjo quadrado, $h_o^* = 0,2$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,5; 0,77\}$. _____	79
Figura 5.10 - Erro absoluto de discretização em função do refino da malha para o arranjo quadrado, $h_o^* = 0,08$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,5; 0,77\}$. _____	79
Figura 5.11 - Erro absoluto de discretização em função do refino da malha para o arranjo triangular, $h_o^* = 0,2$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,6; 0,9\}$. _____	80
Figura 5.12 - Erro absoluto de discretização em função do refino da malha para o arranjo triangular, $h_o^* = 0,08$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,6; 0,9\}$. _____	80
Figura 5.13 - Comparação dos valores obtidos para a permeabilidade longitudinal do arranjo quadrado como função da concentração. _____	85

Figura 5.14 - Comparação dos valores obtidos para a permeabilidade longitudinal do arranjo triangular como função da concentração. _____ 86

Figura 5.15 - Permeabilidade em função do nível de refino da malha em arranjos randômicos, 16 cilindros, $c = 0,1$, $t = 10^{-8}$. _____ 91

Figura 5.16 - Permeabilidade em função do nível de refino da malha em arranjos randômicos, 24 cilindros, $c = 0,1$, $t = 10^{-8}$. _____ 92

Figura 5.17 - Permeabilidade em função do nível de refino da malha em arranjos randômicos, 32 cilindros, $c = 0,1$, $t = 10^{-8}$. _____ 92

Figura 5.18 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,05. _____ 96

Figura 5.19 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,10. _____ 96

Figura 5.20 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,15. _____ 97

Figura 5.21 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,20. _____ 97

Figura 5.22 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,25. _____ 98

Figura 5.23 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,30. _____ 98

Figura 5.24 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,35. _____ 99

Figura 5.25 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,40. _____ 99

Figura 5.26 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,45. _____ 100

Figura 5.27 - Histograma das permeabilidades encontradas para a concentração de 0,50. _____ 100

Figura 5.28 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos, para diversas concentrações, em função do número de cilindros. _____ 102

Figura 5.29 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos, para diversas concentrações, em função do comprimento característico da célula. _____ 103

Figura 5.30 - Desvios padrões das amostras contendo 100 arranjos, para diversas concentrações, em função do comprimento característico da célula. _____	104
Figura 5.31 - Permeabilidade longitudinal média em função da concentração. _____	107
Figura 5.32 - Diferença relativa entre a permeabilidade randômica e a permeabilidade do arranjo quadrado, em função da concentração. _____	108
Figura 5.33 - Diferença relativa entre a permeabilidade randômica e a permeabilidade do arranjo triangular, em função da concentração. _____	108
Figura 5.34 - Comparação dos valores calculados com os resultados obtidos experimentalmente por SULLIVAN (1942). _____	110

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 5.1 - Valores de permeabilidade em função da tolerância t para arranjos regulares, $c = 0,5$. _____ 76

Tabela 5.2 - Variação do erro de discretização em função do nível de refino da malha para o arranjo quadrado, $h_o^* = 0,2$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,5; 0,77\}$. _____ 77

Tabela 5.3 - Variação do erro de discretização em função do nível de refino da malha para o arranjo quadrado, $h_o^* = 0,08$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,5; 0,77\}$. _____ 77

Tabela 5.4 - Variação do erro de discretização em função do nível de refino da malha para o arranjo triangular, $h_o^* = 0,2$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,6; 0,9\}$. _____ 78

Tabela 5.5 - Variação do erro de discretização em função do nível de refino da malha para o arranjo triangular, $h_o^* = 0,08$, n_r variando de 0,5 a 5,0, $c \in \{0,1; 0,3; 0,6; 0,9\}$. _____ 78

Tabela 5.6 - Comparação dos valores de permeabilidade obtidos para o arranjo quadrado, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 3,0$, $t = 10^{-6}$. _____ 82

Tabela 5.7 - Comparação dos valores de permeabilidade obtidos para o arranjo triangular, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 5,0$, $t = 10^{-6}$. _____ 82

Tabela 5.8 - Limites para a permeabilidade longitudinal obtidos para arranjo quadrado, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 3,0$, $t = 10^{-6}$, $\mathbf{a}_c^* = 0,20$, $\mathbf{b}^* \in \{0,23; 0,19; 0,16\}$, $c \in \{0,75; 0,77\}$. _____ 83

Tabela 5.9 - Limites para a permeabilidade longitudinal obtidos para arranjo triangular, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 5,0$, $t = 10^{-6}$, $\mathbf{a}_c^* = 0,20$, $\mathbf{b}^* \in \{0,23; 0,19; 0,15\}$, $c \in \{0,85; 0,90\}$. _____ 83

Tabela 5.10 - Limites para a permeabilidade longitudinal obtidos para arranjo quadrado, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 3,0$, $t = 10^{-6}$, $\mathbf{a}_c^* = 0,20$, $\mathbf{b}^* \in \{0,23; 0,19; 0,16\}$, $c \in \{0,785; p/4\}$. _____ 84

Tabela 5.11 - Limites para a permeabilidade longitudinal obtidos para arranjo triangular, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 5,0$, $t = 10^{-6}$, $a_c^* = 0,20$, $b^* \in \{0,15; 0,12\}$, $c \in \{0,905; p\sqrt{3}/6\}$. _____ 84

Tabela 5.12 - Permeabilidade e tempo de processamento em função da tolerância t em arranjos randômicos, 4 cilindros, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 2,0$. _____ 88

Tabela 5.13 - Permeabilidade e tempo de processamento em função da tolerância t em arranjos randômicos, 16 cilindros, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 2,0$. _____ 89

Tabela 5.14 - Permeabilidade e tempo de processamento em função da tolerância t em arranjos randômicos, 32 cilindros, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 2,0$. _____ 89

Tabela 5.15 - Permeabilidade e tempo de processamento em função de n_r e h_o^* para meios randômicos, 16 cilindros, $c = 0,1$, $t = 10^{-8}$. _____ 90

Tabela 5.16 - Permeabilidade e tempo de processamento em função de n_r e h_o^* para meios randômicos, 24 cilindros, $c = 0,1$, $t = 10^{-8}$. _____ 90

Tabela 5.17 - Permeabilidade e tempo de processamento em função de n_r e h_o^* para meios randômicos, 32 cilindros, $c = 0,1$, $t = 10^{-8}$. _____ 91

Tabela 5.18 - Valores da permeabilidade e limites associados em função de b^* em 5 arranjos distintos, $c = 0,1$, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 2,0$, $t = 5 \times 10^{-5}$, $a_c^* = 0,08$. _____ 94

Tabela 5.19 - Valores da permeabilidade e limites associados em função de b^* em 5 arranjos distintos, $c = 0,3$, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 2,0$, $t = 5 \times 10^{-5}$, $a_c^* = 0,08$. _____ 94

Tabela 5.20 - Valores da permeabilidade e limites associados em função de b^* em 5 arranjos distintos, $c = 0,5$, $h_o^* = 0,08$, $n_r = 2,0$, $t = 5 \times 10^{-5}$, $a_c^* = 0,08$. _____ 94

Tabela 5.21- Faixas de permeabilidade para os resultados das Figuras 5.18 a 5.27. _ 101

Tabela 5.22 - Médias e desvios padrões dos resultados de todas as células. _____ 105

Tabela 5.23 - Médias e desvios padrões dos resultados a partir de 16 cilindros por célula. _____ 106

Tabela 5.24 - Médias e desvios padrões dos resultados de 48 cilindros por célula. __ 106

Tabela 5.25 - Valores de permeabilidade obtidos experimentalmente por SULLIVAN (1942) em função da concentração. _____ 109

Tabela C.1 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,05$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 125

Tabela C.2 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,10$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 126

Tabela C.3 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,15$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 126

Tabela C.4 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,20$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 126

Tabela C.5 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,25$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 127

Tabela C.6 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,30$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 127

Tabela C.7 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,35$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 127

Tabela C.8 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,40$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 128

Tabela C.9 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,45$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 128

Tabela C.10 - Médias das permeabilidades para 100 arranjos para $c = 0,50$, em função do número de cilindros e do comprimento característico da célula periódica. ____ 128

LISTA DE SÍMBOLOS

a, b	Tamanho do passo a cada iteração no método de solução iterativa
A	Área da seção transversal do filtro
A^e	Operador diferencial parcial do PVC-1
A^H	Operador diferencial parcial do PVC-2
A^c	Operador diferencial parcial do PVC-3
c	Concentração do meio poroso (fração de volume das fibras)
C	Domínio da célula periódica modificado pela eliminação de regiões de estreito
D_n	Domínio da n -ésima região de estreito da célula periódica
d	Diâmetro das fibras
d_H	Distância entre o nó de uma fronteira (reta ou curva) e o ponto mais próximo na outra fronteira (curva ou reta)
e	Vetor de erro do método de solução iterativa
E_a	Erro absoluto
E_r	Erro relativo
g	Aceleração da gravidade
h	Altura
h_o	Espaçamento preestabelecido da malha
h_r	Espaçamento entre dois nós consecutivos do contorno
$H_{\#}^1$	Espaço de funções duplamente periódicas em I que podem ser quadrado-integradas no domínio, assim como suas derivadas
I	Funcional auxiliar
J	Funcional auxiliar
K	Matriz de rigidez
K, K'	Constantes de proporcionalidade
L	Comprimento da macroescala
m	Número mínimo de elementos entre o cilindro e qualquer aresta
n	Vetor unitário perpendicular à área de ação

n_r	Nível de refino da malha
N_{gl}	Número de graus de liberdade
N	Número de fibras existentes na célula periódica
N_n	Número de regiões de estreito na célula periódica
p	Pressão
\mathbf{p}	Vetor de força
Q	Vazão volumétrica
r	Coordenada cilíndrica na direção radial
\mathbf{r}	Vetor de resíduo do método de solução iterativa
s	Superfície que contorna o domínio considerado
S	Variância
S^2	Desvio padrão
\mathbf{t}	Direção do próximo passo no método de solução iterativa
\mathbf{u}	Vetor de velocidades do fluido
U	Velocidade característica, utilizada para normalização da velocidade
\mathbf{x}	Vetor de dimensões da macroescala
X	Espaço de funções que se anulam nos limites do domínio da macroescala
\mathbf{y}	Vetor de dimensões da mesoescala, ou da célula periódica
Y	Espaço de funções que se anulam nos limites do domínio da mesoescala
$\{\mathbf{Y}\}$	Configuração de fibras na célula periódica

Letras Gregas

a	Distância entre duas fibras
a_c	Distância mínima entre duas fibras a partir da qual se caracteriza uma região de estreito
b	Metade da largura da região de estreito
e	Relação entre as escalas de comprimento da meso e da macroescalas
\mathbf{f}_j	Funções de interpolação, características do método dos elementos finitos
G	Contorno externo do domínio do problema de múltiplas escalas

k	Permeabilidade de Darcy
l	Comprimento da mesoescala
m	Viscosidade dinâmica
q	Coordenada cilíndrica na direção angular
r	Massa específica do fluido
t	Tolerância de convergência de métodos iterativos
Ω	Domínio da fase contínua
$\partial\Omega$	Contorno do domínio da fase contínua
Ψ	Parcela da velocidade do problema original de múltiplas escalas que atua na mesoescala

Símbolos Matemáticos

Δ	Variação da grandeza
∇	Gradiente

Subscritos e Sobreescritos

*	Grandeza normalizada
DT	Do artigo de DRUMMOND & TAHIR (1984)
Hap	Do artigo de HAPPEL (1959)
(i)	i -ésima iteração
i, j, k, l	Índices referentes às direções ortogonais dos vetores e matrizes
jus	A jusante
LI	Limite inferior
LS	Limite superior
ma	Macroescala
me	Mesoescala
mon	A montante
$orig$	Problema original de múltiplas escalas
SL	Do artigo de SPARROW & LOEFFLER (1959)
#	Periodicidade