

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Motivação

O estudo dos meios porosos, definidos como meios sólidos que contêm espaços vazios em seu interior, tem despertado interesse em diversos campos da ciência e da engenharia. Este estudo tem aplicações em mecânica dos solos, hidrologia, engenharia petrolífera, purificação de água, filtração industrial, geração de energia, refrigeração, engenharia têxtil e diversas outras áreas de atuação.

Em virtude da grande complexidade dos meios porosos reais, é muito difícil descrevê-los geometricamente de forma precisa. Em teoria, um meio poroso é especificado pelas equações analíticas que definem o espaço entre os poros. Para objetivos práticos, estas equações são impossíveis de se descrever. Algumas aproximações geométricas são então consideradas, de modo a tornar possível o estudo do meio, obtendo-se características muito próximas das reais.

Os meios porosos podem ser classificados em função de sua estrutura como granulares ou fibrosos. Os granulares são usualmente modelados como um conjunto de partículas ou grãos, de forma esférica ou não, dispostas regular ou randomicamente, e representam a grande maioria dos meios porosos. Já os fibrosos são modelados como um conjunto de inclusões muito longas, chamadas de fibras, que podem ser naturais ou sintéticas, retas ou curvas, estando randomicamente dispostas ou em malhas regulares.

Meios porosos fibrosos têm aplicações como filtros para remoção de partículas finas em correntes de fluidos, como feixes de tubos de trocadores de calor e de núcleos de reatores nucleares, e também em sistemas biológicos. Por não serem tão comuns como os granulares, eles foram menos estudados e muito menos se sabe sobre como a

estrutura do meio pode influenciar na sua resistência ao escoamento (JACKSON & JAMES, 1986).

Para o projeto de diversos equipamentos que envolvem escoamento em meios porosos, é necessário um conhecimento de como a vazão varia em função da diferença de pressão a jusante e a montante do meio. A determinação desta relação só é possível conhecendo-se alguma grandeza física que represente a resistência do meio poroso ao escoamento. Esta resistência pode ser expressa de diversas maneiras, como por exemplo pelo fator de atrito ou pela permeabilidade de Darcy.

Pode-se classificar o escoamento em meios porosos fibrosos em função da distribuição de suas fibras e da direção do escoamento como: escoamento longitudinal ao longo de um arranjo de fibras paralelas; escoamento normal a um arranjo de fibras paralelas; e escoamento através de malhas tridimensionais. O alinhamento das fibras tem grande influência na resistência ao escoamento. Se as fibras são alinhadas no sentido do fluxo, a resistência é bem menor do que quando elas estão orientadas perpendicularmente ao fluxo. A uniformidade da distribuição espacial das fibras também é determinante para a resistência ao escoamento. É difícil construir um material fibroso realmente homogêneo, e essa não-uniformidade pode causar um aumento na permeabilidade do meio em torno de 50% (JACKSON & JAMES, 1986).

Filtros fibrosos são largamente utilizados para a remoção de partículas dos fluidos. São usualmente representados, em teoria, por um arranjo randômico de cilindros circulares iguais e paralelos. Em um filtro real, que pode ter suas fibras deslocadas, com uma não-uniformidade no espaçamento entre as fibras, a resistência ao escoamento pode ser reduzida consideravelmente (YU & SOONG, 1975).

Alguns trocadores de calor podem ser tratados como meios porosos fibrosos, se o diâmetro de cada tubo interno for muito pequeno quando comparado com o seu comprimento e com o tamanho da carcaça. A complexidade crescente dos trocadores de calor e das situações de processos que envolvem escoamento de fluidos tem demandado freqüente utilização de passagens de configurações geométricas incomuns (SPARROW & LOEFFLER, 1959).

Em ciências biológicas, meios porosos fibrosos têm também diversas aplicações. Colágenos, por exemplo, são proteínas que formam estruturas fibrosas, encontradas por todo o corpo humano. Para determinar a sua permeabilidade, STENZEL *et. al.* (1971) mediram a vazão volumétrica de água através das paredes de uma membrana de colágenos. As fibras que compõem este tipo de material são entrelaçadas, formando um arranjo tridimensional.

Como pode-se ver, pesquisadores em diversas áreas de atuação se interessam pelo estudo de meios porosos fibrosos. O comportamento do escoamento em geometrias regulares, tanto longitudinal quanto transversal às fibras, está descrito em diversos trabalhos. Apesar de geometrias randômicas serem bastante frequentes, poucos foram os estudos que atacaram este tipo de problema, sendo a maior parte experimentais.

Para o cálculo da permeabilidade em arranjos complexos tridimensionais entrelaçados, comuns na prática, JACKSON & JAMES (1982) propõem um modelo que utiliza uma combinação de resultados para permeabilidade transversal e longitudinal. Recentemente, GHADDAR (1995) desenvolveu um método para a determinação da permeabilidade transversal em meios randômicos. Entretanto, para se utilizar o modelo proposto por JACKSON & JAMES (1982), faltam ainda resultados para a permeabilidade longitudinal em meios randômicos. Desta maneira, os princípios e resultados aqui apresentados podem ser aplicados em diversos modelos e projetos ligados à área de mecânica dos fluidos em meios porosos.

1.2 Descrição do Problema Físico e Objetivos

Nesta tese, pretende-se estudar o escoamento longitudinal laminar, totalmente desenvolvido e em regime permanente em um meio poroso fibroso. O meio em questão é composto de diversas fibras circulares, de mesmo diâmetro. Este diâmetro é desprezível quando comparado com o comprimento das fibras, que podem então ser tratadas como de comprimento infinito; também, o diâmetro é muito menor do que o tamanho característico da seção transversal do meio. Quanto à disposição, as fibras estão arranjadas paralelamente umas às outras e randomicamente espalhadas. O fluido é newtoniano, com densidade e viscosidade constantes, e as fibras são consideradas neste

problema como sendo sólidas e impermeáveis. Sendo o escoamento longitudinal, existe somente fluxo em uma direção, paralela às fibras.

Como o escoamento é totalmente desenvolvido e as fibras são infinitas, o perfil de velocidades em uma seção transversal do meio fibroso não varia ao longo de seu comprimento. Por causa disso, é suficiente conhecer como o fluido se comporta em uma única seção do meio, o que torna o problema bidimensional; em que o único componente da velocidade na direção longitudinal é função das duas coordenadas espaciais em um plano transversal.

Nesta tese, pretende-se formular e resolver este escoamento para a determinação da resistência do meio poroso ao escoamento, representada pela permeabilidade de Darcy.

1.3 Revisão da Literatura

No levantamento bibliográfico sobre escoamento em meios porosos fibrosos, foi constatado que a literatura sobre este assunto é bastante extensa, incluindo diversos estudos teóricos e experimentais. JACKSON & JAMES (1986) compilaram vários trabalhos nesta área, fornecendo informações valiosas para o desenvolvimento desta tese. Entre os trabalhos pesquisados, estes autores selecionaram apenas os artigos cujos dados estivessem de acordo com a Lei de Darcy, ou seja, houvesse proporcionalidade entre a vazão volumétrica e a diferença de pressões imposta (regime não-inercial).

No artigo de JACKSON & JAMES (1986), inicialmente são apresentados os estudos experimentais, os quais não são classificados em função do tipo de escoamento ou arranjo de fibras. A ausência de classificação se deve ao fato de que a maior parte dos estudos não descrevem a geometria do meio poroso nem a direção do escoamento (provavelmente por serem, a rigor, tridimensionais). Na segunda parte, são apresentados os estudos teóricos, divididos nos casos de escoamento longitudinal a um arranjo de fibras paralelas, escoamento transversal a um arranjo de fibras paralelas e escoamento através de arranjos tridimensionais.

Dos trabalhos experimentais referenciados por JACKSON & JAMES (1986), merece destaque a abordagem de SULLIVAN (1942), que estudou o escoamento

laminar de ar através de feixes compactos de diversas fibras têxteis, como lãs, cabelos e fibras de algodão. Um detalhe importante deste trabalho é o fato de as fibras terem sido colocadas em um tubo, estando alinhadas com o fluxo.

BROWN (1950) desenvolveu um experimento no qual diversas fibras foram colocadas no interior de um tubo. Este autor mediu a resistência ao escoamento de ar seco através de fibras de lã de vidro e papel. Seus resultados foram apresentados em termos da constante de Kozeny.

BERGELIN *et al.* (1950) estudaram o escoamento de óleo através de tubos de trocadores de calor alinhados com o fluxo e dispostos em arranjos regulares. Este trabalho é importante, por ser um dos poucos trabalhos experimentais que descreve precisamente a disposição das “fibras” e a direção do escoamento.

DAVIES (1952) apresenta um gráfico contendo uma grande quantidade de dados para a permeabilidade de meios com diversos tipos de fibras. Este trabalho fornece também uma correlação empírica que se ajusta aos dados, fornecendo bons valores nas concentrações compreendidas entre 0,006 e 0,3 (JACKSON & JAMES, 1986).

WHITE (1960) desenvolveu um experimento para medir a permeabilidade de um meio de estrutura complexa, um gel polimérico. Este gel pode ser considerado como um meio poroso fibroso, porque as cadeias formam uma matriz através da qual o solvente escoava.

Além dos experimentos, vários autores desenvolveram abordagens analíticas e modelagens fenomenológicas para descrever o escoamento em meios porosos fibrosos e particulados. Para tanto, foram utilizadas diversas técnicas matemáticas, aperfeiçoando os processos de determinação da permeabilidade destes meios.

KOZENY (1927) mostrou que a permeabilidade de um meio poroso é inversamente proporcional ao quadrado da superfície específica (superfície exposta ao fluido por unidade de volume) e proporcional ao cubo da porosidade (relação entre o volume de vazio e o volume total do meio poroso). O fator de proporcionalidade é chamado de *constante de Kozeny*. Esta proporcionalidade tem o objetivo de ser aplicável a qualquer meio poroso, visto que as constantes utilizadas envolvem a estrutura detalhada do meio.

O tratamento básico utilizado por Kozeny foi modificado em diversas ocasiões. Nestas alterações, o resultado de que a permeabilidade é inversamente proporcional ao quadrado da superfície específica foi mantido. Entretanto, existe uma grande dúvida sobre o expoente correto da porosidade. Equações análogas à equação apresentada por ele são chamadas de *Equações de Kozeny*, sendo o expoente da porosidade fornecido por Kozeny ou não.

Uma modificação à teoria de Kozeny bastante utilizada foi proposta por CARMAN (1937, 1938). Ele definiu a superfície específica como sendo a relação entre a superfície exposta ao fluido e o volume total de material sólido (e não o volume total do meio poroso). De acordo com Carman, a constante utilizada na equação de Kozeny é igual a 0,2, o que fornece melhores resultados quando comparados a experimentos. Este valor não concorda com a teoria de Kozeny, uma vez que, de acordo com seus cálculos, seriam esperados valores da constante próximos de 0,5 (SCHEIDEGGER, 1974).

HAPPEL (1959) resolveu as equações de conservação para o problema do escoamento lento em meios regulares, considerando, ao invés de um polígono regular, um círculo como forma de célula elementar. O diâmetro do círculo é calculado de forma que esta célula tenha a mesma concentração (relação de volume de material sólido e volume total) que o meio poroso. No contorno do círculo é imposta a condição de tensão de cisalhamento nula. Esta análise simplifica consideravelmente o problema, mas afasta a solução de um arranjo real.

SPARROW & LOEFFLER (1959) estudaram o problema do escoamento longitudinal através de arranjos regulares. Foram considerados os casos de fibras dispostas em um arranjo quadrado (Figura 1.1a) e em um arranjo triangular (Figura 1.1b). As células unitárias consideradas neste artigo, ao contrário do trabalho de HAPPEL (1959), são células periódicas e correspondem aos respectivos arranjos. As concentrações máximas possíveis são de $p/4$ ($\approx 0,7854$) para o arranjo quadrado e $p\sqrt{3}/6$ ($\approx 0,9069$) para o arranjo triangular. Para a solução deste problema, foram utilizadas séries trigonométricas truncadas para aproximar o cálculo da resistência ao escoamento para uma larga faixa de valores de concentração. Entretanto, para o arranjo

quadrado em altas concentrações, a série desenvolvida apresenta problemas de convergência quando é utilizado um grande número de termos. Por essa razão, apenas valores para a concentração até 0,72 são apresentados para o arranjo quadrado neste artigo. Para o arranjo triangular, não são encontrados problemas de convergência, sendo apresentados resultados até a concentração máxima.

BANERJEE & HADALLER (1973) utilizaram um método variacional para resolver as equações do movimento longitudinal do fluido a um arranjo triangular (Figura 1.1b) de fibras. A técnica utilizada considerou as equações em coordenadas cilíndricas, e os resultados coincidiram com os encontrados por SPARROW & LOEFFLER (1959).

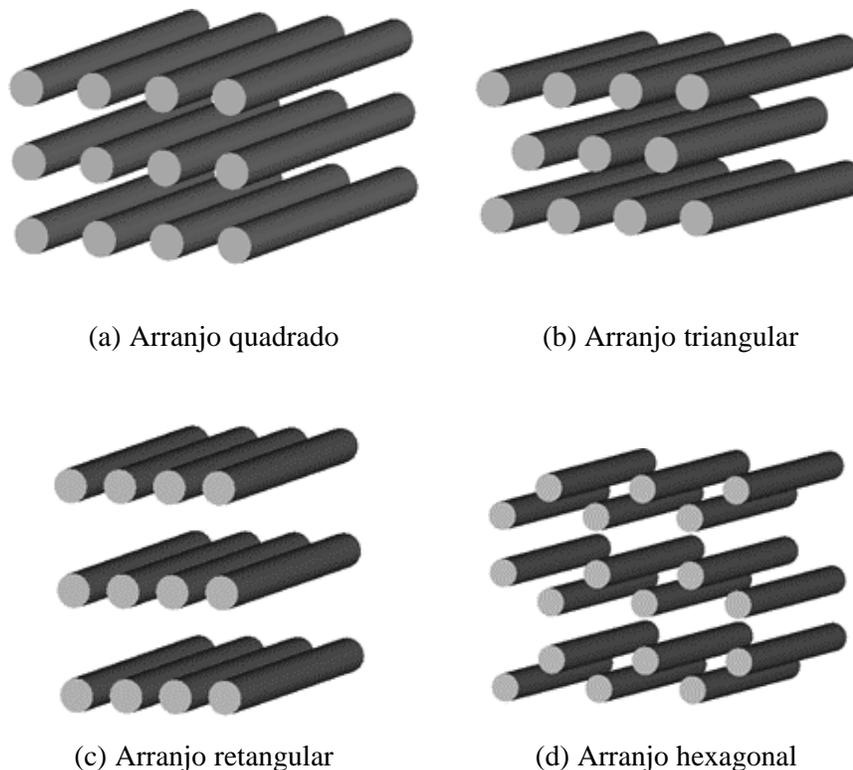


Figura 1.1- Exemplos de tipos de arranjos regulares.

DRUMMOND & TAHIR (1984) utilizaram o método das singularidades com o objetivo de encontrar o campo de velocidades para os arranjos quadrado (Figura 1.1a), triangular (Figura 1.1b), retangular (Figura 1.1c) e hexagonal (Figura 1.1d). Os

resultados são apresentados na forma de duas equações para cada arranjo. Uma das equações fornece valores da resistência do meio adequados para baixas concentrações, enquanto a outra apresenta melhores valores para concentrações mais altas.

ERDAL & GÜÇERI (1997) calcularam a permeabilidade longitudinal (e transversal) para o arranjo quadrado, considerando o escoamento de um fluido heterogêneo (fase líquida + partículas sólidas em suspensão). Estes autores analisaram a deposição de partículas sólidas no meio poroso, causando uma modificação de sua geometria. As equações que governam o problema são resolvidas neste artigo através da discretização por diferenças finitas.

Nos trabalhos pesquisados, a resistência do meio poroso ao escoamento foi apresentada de diversas formas equivalentes: como o produto do fator de atrito pelo Número de Reynolds; como uma relação entre o gradiente de pressões e a vazão volumétrica; e como uma força de arrasto do escoamento sobre as fibras. As comparações entre os diversos resultados encontrados e os gerados nesta tese são feitas para cada arranjo de fibras através da permeabilidade hidrodinâmica como função da concentração (ver mais detalhes no Capítulo 5).

1.4 Metodologia

Nesta tese, para a solução do problema proposto, inicialmente é considerado o problema original de múltiplas escalas. Este problema é decomposto em três outros via o método da homogeneização e a modelagem da microescala. O problema na escala maior (macroescala) consiste na determinação da vazão volumétrica do fluido que escoar através do meio poroso. Para isto, é necessário conhecer-se a sua permeabilidade; este problema não é resolvido nessa tese. O problema na escala intermediária (mesoescala) é definido em uma célula periódica que, justaposta indefinidamente, representa o meio poroso. Nessa tese é resolvido o problema da mesoescala, que leva à determinação da permeabilidade longitudinal a partir do campo de velocidades do fluido na célula. No caso de haver fibras muito próximas na célula, formando regiões de estreito, o problema torna-se muito rígido, sendo necessária uma análise do problema em uma escala menor (microescala). Neste caso, são calculados limites superior e inferior para estimar a

permeabilidade do meio. Estes limites são obtidos através da união das fibras (limite inferior), com a eliminação da região de estreito, ou do corte das fibras (limite superior), onde a região de estreito é alargada.

Para a solução do problema do escoamento na célula periódica, é utilizado um programa computacional para a geração dos domínios das células em questão, baseados no Diagrama de Voronoi (Capítulo 4). Um outro programa gera malhas de elementos triangulares no interior de cada célula. O método dos elementos finitos é utilizado para a discretização do escoamento na célula, o que leva a um sistema de equações algébricas lineares. Para a solução deste sistema, é empregado o método dos gradientes conjugados, obtendo-se então o campo de velocidades no interior do domínio. Integrando-se o campo no domínio, chega-se à permeabilidade da célula periódica, ou seja, do meio poroso em questão.

Como uma etapa de validação do programa computacional desenvolvido nessa tese, inicialmente é proposto um problema de fibras ordenadas no meio poroso, cujo resultado foi calculado por diversos autores (*e.g.* SPARROW & LOEFFLER, 1959). O resultado obtido pelo programa é então comparado com estes valores. Validado o programa desenvolvido, o caso de fibras randomicamente dispostas é analisado. Os novos resultados encontrados são comparados com valores experimentais, obtidos para escoamento longitudinal.

1.5 Organização da Tese

O Capítulo 2 contém um resumo da teoria de escoamento em meios porosos. É fornecida uma descrição de meios porosos, bem como de suas propriedades geométricas e sua medição. São apresentados os tipos de escoamento e suas equações, assim como a Lei de Darcy e o conceito de permeabilidade.

No Capítulo 3 é apresentado o problema a ser resolvido, através de sua descrição geométrica, física e matemática. Aplica-se a teoria de homogeneização para que se desacople o problema original nos problemas da macro, da meso e da microescala.

No Capítulo 4 são expostos os métodos numéricos utilizados para a solução do problema da mesoescala, desde a geração de domínios e malhas, até a discretização por elementos finitos e a solução iterativa pelo método dos gradientes conjugados.

O Capítulo 5 apresenta os resultados numéricos, incluindo a validação para células ordenadas e os novos resultados para meios randômicos.

O Capítulo 6 é utilizado para as conclusões e sugestões baseadas nos resultados e na experiência adquirida ao longo do desenvolvimento desta tese.