

CAPÍTULO 2

ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS

2.1. Meios Porosos

Para estudar o escoamento de fluidos em meios porosos, é necessário inicialmente especificar-se os conceitos dos dois materiais envolvidos no problema: fluidos e meios porosos. Pode-se definir um meio poroso como um meio sólido que contém poros. Poros são espaços "vazios", que podem ser distribuídos de diversas maneiras no meio. De acordo com essa descrição, são exemplos de meios porosos: leitos, rochas porosas, agregados fibrosos como tecidos e filtros, e partículas catalíticas contendo micro-poros extremamente pequenos.

Os meios porosos, portanto, compreendem uma larga variedade de materiais. Por esse motivo, é desejável dividir-se os meios porosos em classes, de acordo com o tipo de poros que eles contêm, podendo um meio poroso pertencer a mais de uma classe ao mesmo tempo. Uma classificação foi sugerida por MANEGOLD (1937) e citada em SCHEIDEGGER (1974), categorizando os meios porosos em *vazios*, *capilarizados* e *espaços forçados*. Vazios são caracterizados pelo fato de que as paredes têm um efeito insignificante sobre o fenômeno hidrodinâmico em seu interior. Em meios capilarizados, as paredes exercem alguma influência sobre o escoamento, mas os efeitos decorrentes da estrutura molecular do fluido são desprezíveis. Já nos espaços forçados, a estrutura molecular do fluido influi consideravelmente no escoamento. Por exemplo, os meios analisados nesta tese se classificam como vazios.

Além disso, os meios porosos podem ser classificados como tendo seus poros interconectados ou não. No caso de poros interconectados, a parte sólida do meio poroso representa a fase dispersa. Por exemplo, meios porosos granulares e fibrosos apresentam poros interconectados. Também, os meios porosos podem ser naturais, como

rochas e o solo, ou sintéticos, como leitos fluidizados e filtros industriais. Finalmente, outra classificação se baseia na distribuição espacial dos poros, ou dos grãos ou fibras, que podem estar distribuídos ordenadamente ou de maneira randômica, esta última abrangendo a grande maioria dos meios porosos reais.

2.2. Fluidos

Um fluido, por definição, é uma substância que se deforma continuamente sob ação de qualquer força tangencial. Nesta definição, não é levada em conta a estrutura molecular do fluido, que é composto de diversas moléculas em movimento.

Os fluidos nos quais a taxa de deformação é diretamente proporcional à tensão de cisalhamento são conhecidos como *newtonianos*. A constante de proporcionalidade recebe o nome de viscosidade absoluta, ou dinâmica, \mathbf{m} . Portanto, a lei de Newton é dada, para o escoamento unidimensional, por

$$\mathbf{t}_{xy} = \mathbf{m} \frac{du}{dy} . \quad (2.1)$$

onde \mathbf{t}_{xy} é a tensão de cisalhamento e $\frac{du}{dy}$ representa a taxa de deformação.

O modelo de fluido ideal supõe viscosidade nula. Os escoamentos onde se desprezam os efeitos da viscosidade são denominados *não-viscosos*. Apesar de não haver fluidos sem viscosidade, em muitos casos a hipótese da inexistência das forças viscosas simplifica a análise e, ao mesmo tempo, leva a resultados práticos significativos. Em outros casos onde a camada-limite desempenha papel fundamental, os escoamentos viscosos, de grande importância na mecânica dos fluidos (FOX & McDONALD, 1995), devem ser considerados.

Os regimes de escoamentos viscosos são classificados em *laminar* ou *turbulento*, tendo por base a sua estrutura. No regime laminar, a estrutura do escoamento é caracterizada pelo movimento suave em camadas. A estrutura do escoamento no regime

turbulento é caracterizada por movimentos aleatórios, tridimensionais e transientes, de partículas fluidas, adicionais ao movimento principal.

Outra propriedade do fluido é a sua massa específica, ρ , ou seja, a massa por unidade de volume do fluido. Os escoamentos em que as variações da massa específica são desprezíveis são denominados *incompressíveis*; especificamente, quando o número de Mach do escoamento (razão entre a velocidade do escoamento e a velocidade do som no fluido) é menor do que 0,3, este pode ser considerado incompressível (FOX & McDONALD, 1995). Quando o número de Mach está acima de 0,3, o escoamento é chamado de *compressível*. O exemplo mais comum de escoamento compressível diz respeito aos gases em altas velocidades. Por outro lado, os escoamentos de líquidos podem ser freqüentemente tratados como incompressíveis. A massa específica é determinante dos efeitos inerciais do escoamento.

2.3. Lei de Darcy

A teoria do escoamento laminar e lento através de um meio poroso homogêneo é baseada num experimento clássico originalmente desenvolvido por DARCY (1856). Um desenho esquemático do experimento é mostrado na Figura 2.1. Um filtro homogêneo de altura h é limitado por seções planas de mesma área superficial A . O filtro é preenchido com um líquido incompressível. Manômetros abertos são colocados para se medir a pressão nos pontos inferior e superior do filtro, fornecendo as alturas h_1 e h_2 , respectivamente. Pela variação das várias quantidades envolvidas, Darcy deduziu a seguinte relação:

$$Q = -KA \frac{(h_2 - h_1)}{h}, \quad (2.2)$$

onde Q é o volume total de fluido que atravessa o filtro por unidade de tempo [L^3T^{-1}] e K [LT^{-1}] é uma constante que depende das propriedades do fluido e do meio poroso. A equação (2.2) é conhecida como *Lei de Darcy*. O sinal negativo na expressão para Q indica que o escoamento é na direção oposta de pressão crescente.

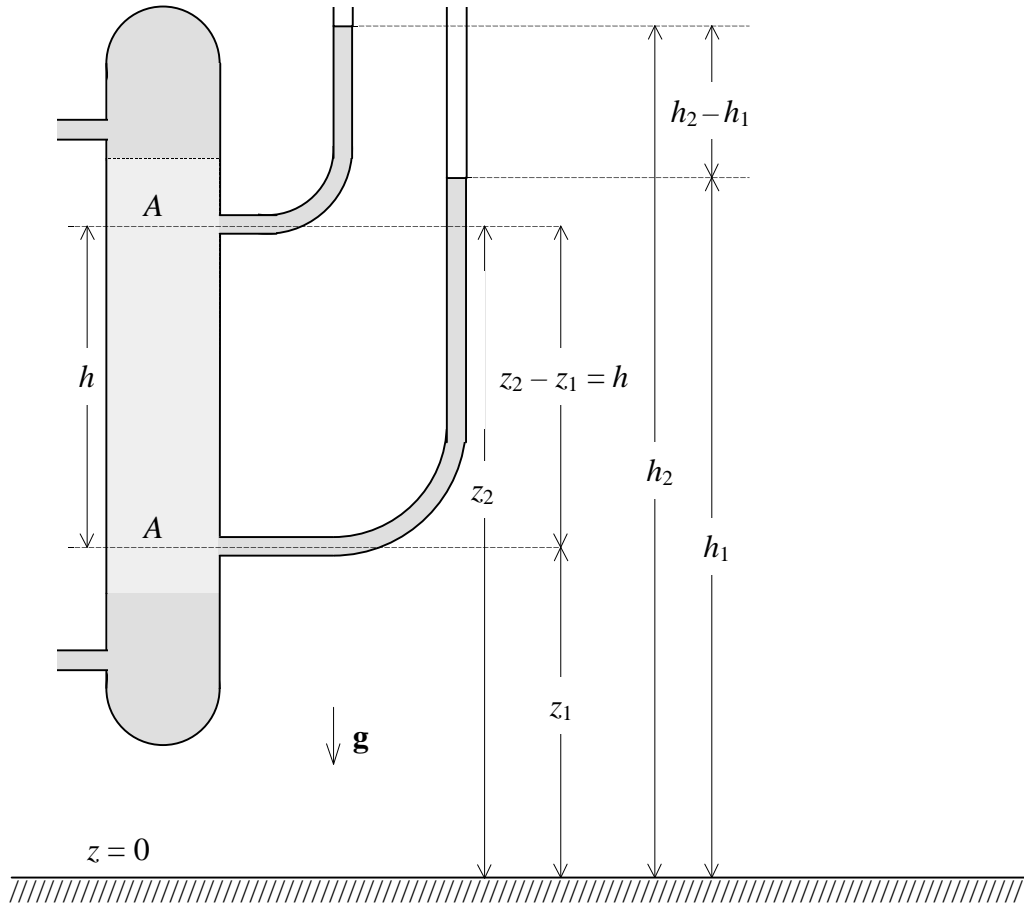


Figura 2.1 – Esquema do experimento de filtração de Darcy.

A Lei de Darcy pode ser reescrita em função da pressão p e da massa específica \mathbf{r} do líquido. No ponto superior do filtro (com elevação z_2), a pressão é $p_2 = \mathbf{r}g(h_2 - z_2)$, e no ponto inferior (com elevação z_1), a pressão é $p_1 = \mathbf{r}g(h_1 - z_1)$. Como $z_2 - z_1 = h$, aplicando em (2.2) obtém-se

$$Q = -KA \left[\frac{(p_2 - p_1)}{\mathbf{r}gh} + 1 \right]; \quad (2.3)$$

introduzindo-se uma nova constante $K' = K / \mathbf{r}g$ [$L^3 T M^{-1}$] e supondo \mathbf{r} e g constantes,

$$Q = -K' A \left[\frac{p_2 - p_1 + \mathbf{r}gh}{h} \right]. \quad (2.4)$$

A Lei de Darcy, em sua forma original (2.4), é de utilidade restrita. A primeira tarefa é elucidar o significado físico da constante K' . Esta constante depende tanto das características geométricas do meio poroso quanto das propriedades físicas do fluido em questão. NUTTING (1930) e, depois, WYCKOFF *et al.* (1933) consideraram que esta constante pode ser escrita como

$$K' = \frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}}, \quad (2.5)$$

onde \mathbf{m} é a viscosidade dinâmica do fluido e \mathbf{k} [L^2] é a *permeabilidade específica* do meio poroso. Como a velocidade média \bar{u} pode ser definida por

$$\bar{u} = \frac{Q}{A}, \quad (2.6)$$

a lei de Darcy se transforma em

$$\bar{u} = -\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}} \frac{p_2 - p_1 + \mathbf{r}gh}{h}. \quad (2.7)$$

Esta equação pode ser generalizada na forma diferencial, fazendo-se h tender a zero (SHEIDEGGER, 1974),

$$\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{k}}{\mathbf{m}} (\nabla p - \mathbf{r}\mathbf{g}), \quad (2.8)$$

onde \mathbf{g} é o vetor na direção da gravidade e com a magnitude da aceleração da gravidade. Quando os efeitos gravitacionais não são relevantes, então chega-se à forma da equação que é utilizada no decorrer desta tese,

$$\mathbf{u} = -\frac{\mathbf{k}}{m} \nabla p. \quad (2.9)$$

(No caso mais geral, o meio pode ser anisotrópico, situação em que a permeabilidade é uma grandeza tensorial (e não escalar como aqui), e estatisticamente não homogêneo, situação em que a permeabilidade varia espacialmente.)